

GEO TROUVETOU MUSICIEN

Résolution de problèmes : Sur les pas de Galilée



Géo Trouvetou, inventeur prolifique mais pas toujours de choses utiles, décide de fabriquer un son périodique.

Pour réaliser son expérience, il dispose dans son atelier de :

- 1 fil de pêche de 3m
- 1 mètre ruban
- 1 plat à tarte métallique
- 6 écrous de 1/2 pouce



Principe : Une question de chute libre

L'idée de l'expérience est d'attacher les écrous sur le fil de pêche, les uns des autres à des distances progressivement croissantes. Le fil est maintenu tendu sous l'effet des masses accrochées au dessus du plat à tarte.

En lâchant le fil, l'ensemble des écrous doit fournir en tombant sur le plat à tarte métallique un son périodique créé par les impacts successifs des écrous.

Coup de pouce :

Lors de la chute le fil étant non tendu, on considère que chacun des écrous est indépendant.

Aide :

Le champ de pesanteur terrestre est supposé de valeur $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Votre mission :

En utilisant vos connaissances et les informations du document, vous devez rédiger en quelques lignes l'explication permettant à Géo Trouvetou de placer ses écrous sur le fil de pêche.

Tableau des positions : h hauteur de l'écrou par rapport au sol

n° écrou	1	2	3	4	5	6
h (cm)	10					

Pour argumenter votre réponse, vous devez :

- avoir posé ou justifié les calculs.
- recopier et compléter le tableau indiquant les positions des écrous.

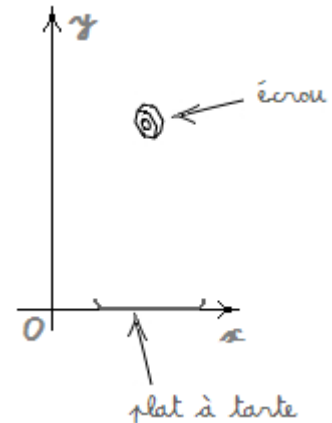
Pour un coup de pouce supplémentaire, vous pouvez :

- réaliser le QCM
- répondre au questionnaire

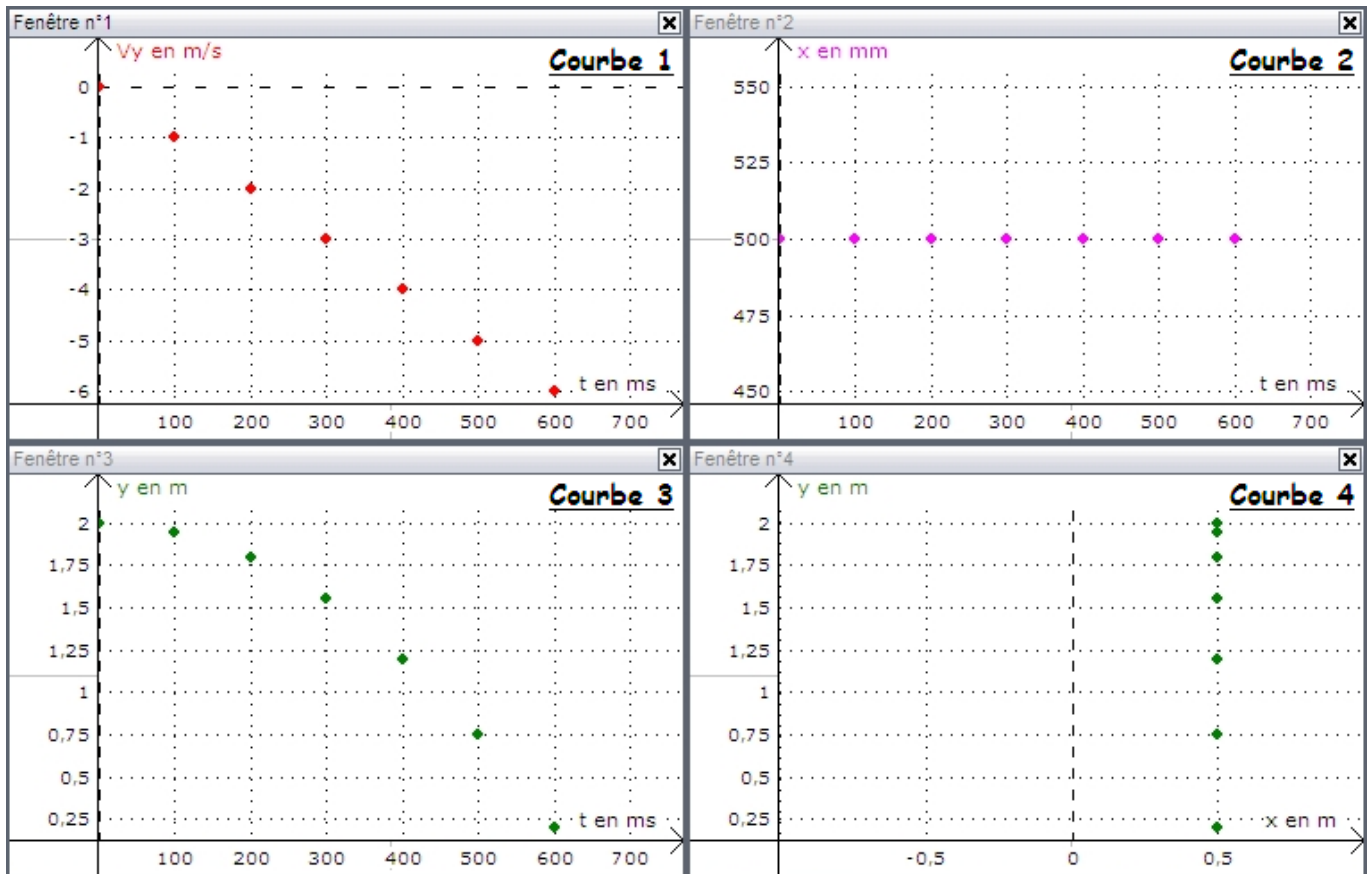


Test de connaissances : Sur les pas de Galilée

On lâche un écrou considéré comme une masse ponctuelle en chute libre dans le repère choisi à la hauteur h au-dessus d'un plat à tarte.
 A la lecture des 4 courbes ci-après, choisir pour chacune des 3 questions la seule bonne réponse en expliquant les réponses fausses éliminées :



1.
 - a. Le mouvement est rectiligne uniforme
 - b. Le mouvement est uniformément varié.
 - c. Le mouvement est parabolique
2.
 - a. La trajectoire correspond à la courbe 3.
 - b. Le mouvement horizontal est uniforme
 - c. Initialement l'écrou est 0,5 m au-dessus du plat à tarte.
3.
 - a. L'accélération est verticale.
 - b. L'accélération vaut -5 m.s^{-2} .
 - c. La vitesse verticale de l'écrou diminue.



GEO TROUVETOU MUSICIEN : Exemple de Résolution

Etape 1 : ...je m'approprie le problème

- Les informations à identifier :
 - « En lâchant le fil, l'ensemble des écrous doit fournir en tombant sur le plat à tarte métallique un son périodique créé par les impacts successifs des écrous. »
 - « Lors de la chute le fil étant non tendu, on considère que chacun des écrous est indépendant. »
 - « En utilisant vos connaissances et les informations du document, vous devez rédiger en quelques lignes l'explication permettant à Géo Trouvetou de placer ses écrous sur le fil de pêche. »
 - « Tableau des positions : h hauteur de l'écrou par rapport au sol »
- Il faut donc traiter cette chute comme un ensemble de chutes d'écrous tous indépendants : les deux points importants à comprendre sont :
 - l'instant initial de toutes ces chutes est le même
 - les écrous touchent le sol à instants réguliers.
 - La position verticale de l'écrou à l'instant initial est h.

Etape 2 : ...j'établis la stratégie.

- Je commence par étudier le mouvement de chute d'un écrou.
 - Je choisis le référentiel d'étude : le référentiel terrestre.
 - Je choisis le système d'étude : l'écrou.
 - Je réalise un bilan des forces sur l'écrou : en considérant qu'il s'agit d'une chute libre.
 - A partir de la 2^{ème} loi de Newton, j'établis l'expression de la position verticale au cours du temps en choisissant un système de repérage.
- Je cherche le lien entre les diverses chutes.
 - La donnée utile

n° écrou	1
h (cm)	10

 - On détermine la durée de chute de l'écrou 1 : celle du deuxième doit être le double, celle du troisième le triple, ... : les intervalles de temps sont ainsi réguliers ...
...le son est donc périodique.
 - Connaissant les durées, j'en déduis les hauteurs initiales.

Etape 3 : ...je mets en œuvre.

Référentiel d'étude :

- référentiel terrestre supposé galiléen

Système d'étude :

- l'écrou de masse m constante

Bilan des forces :

- on suppose que la seule force est le poids $\vec{P} = m \vec{g}$

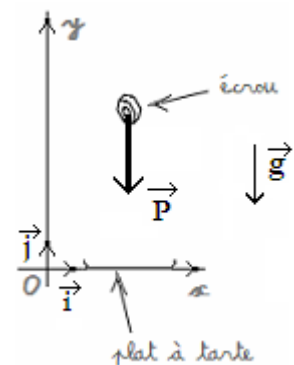
- Je réalise un schéma

2^{ème} loi de Newton :

- la masse étant constante $m \vec{a} = \vec{P} = m \vec{g}$

- $\vec{a} = \vec{g}$

- je complète le schéma



Dans le repère que je choisis :

→ $a_x = 0 \text{ m.s}^{-2}$

$a_y = -g$

→ je me préoccupe uniquement de la chute verticale, le mouvement étant vertical

$a_y = \frac{dv_y}{dt}$ donc $v_y = -gt + \text{constante}$

à l'instant initial $t=0\text{s}$, $v_y = -g \times 0 + \text{constante} = 0$ donc $\text{constante} = 0$

→ soit $v_y = -gt$

→ $v_y = \frac{dy}{dt}$ donc $y = -\frac{1}{2}gt^2 + \text{constante}$

à l'instant initial $t=0\text{s}$, $y = -\frac{1}{2}g \times 0^2 + \text{constante} = h$ donc $\text{constante} = h$

→ soit $y = -\frac{1}{2}gt^2 + h$

Durée de chute t_f de l'écrou :

→ quand $t=t_f$ alors $y = 0 \text{ m} = -\frac{1}{2}gt_f^2 + h$

→ Donc $h = \frac{1}{2}gt_f^2$

Lien entre les diverses chutes :

→ écrou 1 : $h_1 = \frac{1}{2}gt_{1f}^2$ soit $t_{1f}^2 = 2\frac{h_1}{g}$

→ écrou 2 : $h_2 = \frac{1}{2}gt_{2f}^2 = \frac{1}{2}g(2t_{1f})^2 = \frac{1}{2}g \times 4 \times 2\frac{h_1}{g} = 4h_1 = 40\text{cm}$

→ écrou 3 : $h_3 = \frac{1}{2}gt_{3f}^2 = \frac{1}{2}g(3t_{1f})^2 = \frac{1}{2}g \times 9 \times 2\frac{h_1}{g} = 9h_1 = 90\text{cm}$

→ écrou 4 : $h_4 = 4^2h_1 = 16h_1 = 160\text{cm}$

→ écrou 5 : $h_5 = 5^2h_1 = 25h_1 = 250\text{cm}$

→ écrou 6 : $h_6 = 6^2h_1 = 36h_1 = 360\text{cm}$

Etape 4 : ...j'essaie d'avoir un regard critique.

→ Je m'assure de répondre **avec pertinence** en n'oubliant pas l'information pratique : « ... **1 fil de pêche de 3m**... »

→ La deuxième information donnée est « ... les uns des autres à des **distances progressivement croissantes**... » : notre solution est cohérente à l'énoncé.

→ Le dernier écrou doit donc être attaché à moins de 3 mètres du sol. : géotrouvetou ne peut utiliser que cinq écrous.

Etape 5 : ...je communique ma résolution.

→ En détaillant la stratégie de calcul.

→ En explicitant comment je mets en œuvre le dispositif ; c'est-à-dire comment sont attachés les écrous et comment le dispositif doit être positionné pour obtenir le résultat attendu.

→ Exemple de réponse :

« Géotrouvetou doit réaliser un dispositif d'écrous reliés les uns aux autres par un fil de masse négligeable. Sur ce dispositif, on peut considérer les écrous indépendants les uns des autres, chacun possède alors une hauteur de chute $h = \frac{1}{2}gt_f^2$ proportionnelle au carré de sa durée de chute t_f .

Afin d'obtenir des instants périodiques d'impact, les durées de chute successives doivent être des multiples de celle du premier écrou. Dans ce cas, le rapport entre la hauteur de chute du nième est écrou est celle du premier doit être n^2 . Connaissant la position choisie pour le premier, celles des autres sont les suivantes :

n° écrou	1	2	3	4	5	6
h (cm)	10	40	90	160	250	

Géotrouvou n'utilisera que 5 écrous, sa ficelle étant limité à 3m : il positionnera les différents écrous à la distance h (celles du tableau) de l'une des extrémités du fil à des distances progressivement croissantes. Cette extrémité touchera le sol lorsque Géotrouvetou tiendra le dispositif tendu par l'écrou n°5 avant de tout lâcher et tendre l'oreille afin d'écouter les impacts périodiques.

La résolution calculatoire est fournie en annexe : c'est l'étape3.